

Ecuaciones de intercambio termohidrodinámico entre medios continuos múltiples en el karst y sus consecuencias ambientales

Equations of thermohydrodynamic exchange among continuous media in karst and its environmental consequences

*In memoriam
Prof.Dr. Ing. Diosdado Pérez Franco
Fundador de la Escuela Cubana de Hidráulica Subterránea,
con profundo respeto por sus enseñanzas
y el mayor agradecimiento por su amistad.*

L.F. Molerio León
INVERSIONES GAMMA, S.A. PO Box 6219, CP 10600, Habana 6, Ciudad de La Habana,
Cuba; E-mail: especialistaprincipal@gmail.com

RESUMEN

El tratamiento ingeniero y ambiental de los problemas de transporte de masas en los acuíferos cársicos (flujo de agua líquida, transporte de contaminantes, asimilación, inercia, resiliencia, capacidad de autodepuración, interacción ente líquidos miscibles y no miscibles, entre otros, se complican por razones básicamente termodinámicas. El tratamiento matemático a que son sometidas simplifica a veces demasiado los problemas de intercambio de fluido y ello impide, limita o reduce la solución adecuada de los problemas y la gestión ambiental eficiente y sustentable en estos territorios que, en Cuba, ocupan el 65% de la superficie emergida del país. Este artículo presenta una aproximación a la solución del problema del intercambio másico bajo un modelo termodinámico que considera la interacción entre los conjuntos de espacios múltiples que integran el universo cársico: matriz sólida-poro-grieta-caverna.

PALABRAS CLAVE: *doble porosidad, múltiple porosidad, medio continuo, karst, Onsager, termodinámica de no equilibrio*

ABSTRACT

The engineering and environmental treatment of the problems of mass transport in karst aquifers (fluid flow, contaminant transport, assimilation, inertia, resilience, self purification capability, interaction among miscible and immiscible liquids among others is often complicated basically due to thermodynamic reasons. The mathematical treatment of those processes is commonly oversimplified. In turn it limits or reduces the appropriate solution of the problems and the sustainable environmental management of karst landscapes that, in cuba, comprises 65% of the emerged surface of the country. This paper describes an approach to the solution of the problem of mass exchange based on a thermodynamic model that accounts for the interaction among the sets of multiple spaces integrating the karst universe: solid matrix-porous-joints-caves.

KEY WORDS: *Double-porosity, multiple-porosity, continuous media, karst, Onsager, non-equilibrium, thermodynamics.*

INTRODUCCIÓN

En 1960, Barenblatt, Zheltov y Kochina introdujeron el concepto de doble porosidad (Fig. 1) para describir, en un medio agrietado saturado, el fenómeno de intercambio de fluido que ocurre entre las grietas y la matriz rocosa sólida. Debido al carácter dual del almacenamiento, definido por la porosidad efectiva de ambos medios, tal modelo recibió la denominación de "doble porosidad" (MDP). Según estos autores, el siguiente sistema de ecuaciones permitiría describir el movimiento del fluido separadamente para la red de grietas y para el volumen de bloques:

(1)

$$K_g \Delta H_g = (\beta_{cg} + m_g \beta) \frac{\partial H_g}{\partial t} - \alpha (H_b - H_g); \quad K_b \Delta H_b = (\beta_{cg} + m_b \beta) \frac{\partial H_g}{\partial t} - \alpha (H_b - H_g),$$

donde los subíndices b y g se refieren, respectivamente, al bloque y a la grieta; K es la conductividad hidráulica; m, el coeficiente de almacenamiento; β , la compresibilidad del agua; H, la carga hidráulica; β_{cg} y β_{cb} las compresibilidades de la grieta y el bloque respectivamente; Δ , el Operador Laplaciano, y α , un coeficiente que puede definirse como

$$\alpha = K_b \sigma \frac{K_b}{l^2},$$

siendo σ , la superficie específica de las grietas y l, las dimensiones del bloque. Según estos autores, $m_g \gg m_b$; $K_g \gg K_b$; $m_g \approx K_b \approx 0$, de manera que,

$$(4) \quad \frac{\partial H_g}{\partial t} - \eta \frac{\partial(\Delta H_g)}{\partial t} = a \Delta H_g$$

$$(5) \quad a = \frac{K_g}{(\beta_{cb} + \eta_b \beta)} \quad \text{y, (6)} \quad \eta = \frac{K_g}{\alpha} \approx \frac{K_g}{K_b} l^2$$

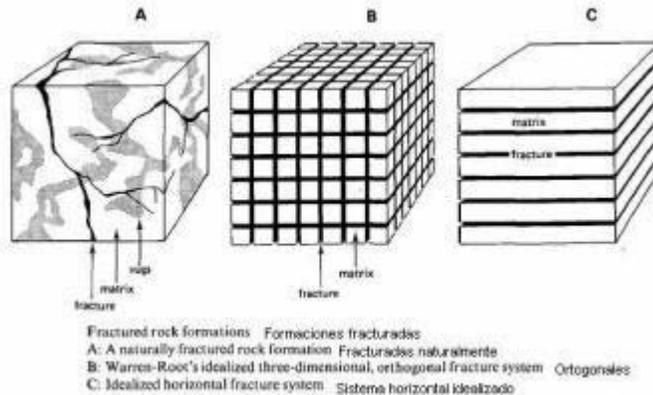


Fig. 1. Esquema de doble porosidad.

Años antes, N.S. Boulton explicaba las anomalías respecto a la curva tipo $s = f(\log t)$ de Theis (1935) que se presentaba en algunas pruebas de bombeo, suponiéndolas debidas a un fenómeno de retardo de fluido provocado por una determinada estructura del medio acuífero. Este fenómeno, denominado de "drenaje diferido" (delayed yield), conocido también como "Efecto Boulton" es, en esencia, el comportamiento que caracteriza un medio

de doble porosidad y se esquematiza en la Fig. 2 (Boulton & Streltsova, 1977a, 1977b; Streltsova-Adams, 1976a, 1976b; Barlow y Moench, 1995; Herrera y Chen, 1983; Jeffrey et al. 1995; Zyvolovski et al., 2008).

No pocos autores se han basado en el MDP como vía para la explicación, en acuíferos anisotrópicos, heterogéneos y discontinuos, de fenómenos de transporte, dispersión y difusión en la zona saturada básicamente (Huyakorn et al., 1983a, 1983b; Svenson, 2001a, 2001b; Wu et al., 2004; McKenna et al. 2004), del movimiento de fluido hacia obras de toma (Warren & Root, 1963; Niemi et al., 2000), combinándolos con detallados análisis teóricos del problema, a veces desde posiciones bastante controvertidas (Duguid & Lee, 1977; Narasimhan, 1982; Moench, 1984; Molz, et al. 2004; Neuman, 2005; Reeves et al., 2008; Pan et al. 2010; Lee et al. 2010); en el dominio de flujo direccional (Illman, 2006) y en estudios de flujo no saturado o alternativamente saturado-no saturado (Illman y Neuman, 2003; Illman y Tartakovski, 2005).

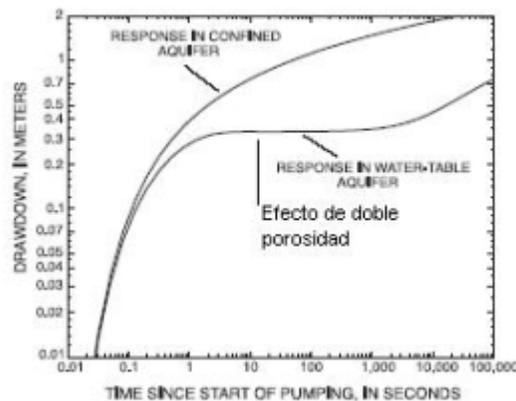


Fig. 2. Efecto de doble porosidad (tomado de Barlow & Moench, 1995, ligeramente modificado para resaltar el efecto de drenaje diferido debido a la doble porosidad).

Mucho se ha discutido si el efecto de doble porosidad es una propiedad de los acuíferos anisotrópicos o si, en cambio, es un efecto que se produce bajo determinadas condiciones cuyo mecanismo no está perfectamente claro. Es decir, si se trata de una respuesta aleatoria o, por el contrario, es una componente del sistema. Efectivamente, en pozos sometidos a bombeo, una respuesta del tipo de la Fig. 1 que pueda referirse a un fenómeno de doble porosidad no siempre aparece. Sin embargo, en numerosos casos puede suponerse que ciertas deficiencias del ensayo o algunas particularidades del acuífero pueden enmascarar el fenómeno.

Esta contribución se basa en el modelo conceptual que supone el karst dispuesto en una cierta jerarquización del espacio al que corresponden determinados dominios de flujo a los que son inherentes estructuras particulares del campo de propiedades físicas (Tabla 1; Molerio, 1985a) y apoyados en la singularidad de que la actividad hidrodinámica que tiene lugar en el karst origina formas de relieve que, a su vez, afectan el subsiguiente proceso hidrodinámico. Por ello, la doble porosidad es una propiedad de intercambio de energía y materia entre dos medios continuos cualesquiera del espacio cársico que de diferente modo se manifiesta en el modelado del relieve superficial o subterráneo de estas comarcas

como consecuencia de los procesos de intercambio de masa, momento y energía (Snow, 1969; Teutsch y Sauter, 1991; Wu et al, 2004; Zyvolovski et al., 2008).

FÍSICA DE LA DOBLE POROSIDAD

Ciertas limitaciones han impedido la generalización del MDP. Entre ellas, la continuidad de las propiedades físicas de los campos duales y las restricciones que la hipótesis del medio continuo impone a ciertos postulados derivados de los teoremas de anisotropía de Maasland (1957; Wu et al., 2004).

Con posterioridad a Warren & Root (1963) y Odeh (1965), Duguid & Lee (1977) arribaron a una ecuación similar a la de Barenblatt y sus colaboradores y Huyakorn et al. (1983a, 1983b) lograron derivar las ecuaciones para el término de transferencia de fluido bajo diferentes condiciones de contorno del régimen de flujo. Narasimhan (1982) demostró que el MDP era un caso particular de interacción de dos medios continuos cualesquiera.

En las rocas consolidadas (fase sólida) se encuentran, comúnmente, dos tipos de aberturas, discontinuidades, en todo caso, de espacios vacíos que pueden, permanente o alternativamente, estar ocupados por aire o agua; es decir, por una fase gaseosa o una líquida, o ambas. Estos espacios vacíos, poros en sentido amplio, cuyas dimensiones son en extremo variables, son el resultado de los complejos procesos de deposición (sedimentación), litificación (diagénesis) y de los esfuerzos tectónicos y térmicos que actuaron sobre el sistema en el curso de su evolución geológica. En el caso de las rocas carsificadas, un tercer tipo de espacio vacío, con las mismas características fundamentales de los restantes, se incorpora al conjunto como consecuencia de subsecuentes procesos de erosión, disolución, transporte y deposición de los residuos de la carsificación. Estos espacios se definen en términos de sus mutuas relaciones de equivalencia (Tabla 1; Molerio, 1985). Las magnitudes de las variables que cuantifican el campo (velocidad del flujo, conductividad hidráulica, el coeficiente de almacenamiento, - sin detenernos en la validez de los términos -, el tiempo de retardo en la respuesta del sistema), están en relación inversa con el volumen que cada espacio ocupa en el conjunto en tanto otros mantienen una cierta dependencia con el, tal como debe esperarse en medios porosos no agrietados.

La compresibilidad del agua es una función de la presión, temperatura y grado de saturación respecto a los materiales disueltos en ella. Asumiendo flujo isotérmico y composición constante, el coeficiente de compresibilidad del agua β puede describirse por ecuaciones de estado del tipo:

(7) $\beta = -\frac{\left(\frac{\Delta V}{V_o}\right)}{\sigma}$, donde, $\frac{\Delta V}{V_o}$ es el cambio de volumen por volumen inicial y σ es el incremento de presión, definido por $\sigma = p - p_o$. Donde p es la presión total y p_o , la presión inicial. Suponiendo que la dilatación es pequeña, β puede expresarse como:

(9) $\rho = \rho_o \exp \beta \sigma$, siendo ρ y ρ_o las densidades total e inicial del fluido. El volumen total de un medio cársico (MC) es,

(10) $V = V_c + V_g + V_p + V_s$, en que los subíndices c, g, p, y s, se refieren, respectivamente, a las cavernas, grietas, poros y al sólido. En un medio agrietado no cársico (MA), V puede expresarse como:

(11) $V = V_g + V_p + V_s$ y, de acuerdo con la definición de porosidad (9), esta puede definirse para cada una de las componentes del medio (ϕ). Es decir,

- para MC: $\phi_c = \frac{V_c}{V}$, $\phi_g = \frac{V_g}{V}$, $\phi_p = \frac{V_p}{V}$, $\phi_s = \frac{V_s}{V}$ (12)

Y para un MA según (12). En consecuencia, para la porosidad de cualquier componente n del espacio total (cavernas, grietas, poros, matriz sólida) puede obtenerse una derivada con respecto al tiempo que se expresa como:

(13) $\frac{d\phi_n}{dt} = \frac{1}{V} \left(\frac{dV_n}{dt} - \phi_n \frac{dV}{dt} \right)$, de este modo, suponiendo el sólido incompresible y sustituyendo en (13) la derivada de volumen (10) con respecto al tiempo, se obtiene:

(14) $\frac{dV_n}{dt} = \frac{1}{V} \left[(1 - \phi_n) \frac{dV_n}{dt} - \phi_n \frac{dV_n}{dt} \right]$ que para un MA equivale a:

(15) $\frac{d\phi_p}{dt} = \frac{1}{V} \left[(1 - \phi_p) \frac{dV_p}{dt} - \phi_p \frac{dV_g}{dt} \right]$. Y, de acuerdo con (7) y (12), puede plantearse que,

(16) $-\beta V \phi_p \frac{d\sigma_p}{dt} = \frac{dV_p}{dt}$; $-\beta V \phi_g \frac{d\sigma_g}{dt} = \frac{dV_g}{dt}$; $-\beta V \phi_c \frac{d\sigma_c}{dt} = \frac{dV_c}{dt}$

Procediendo para un MA, puede sustituirse (16) en (15), de modo que para los poros, el cambio de porosidad con el tiempo es:

(17) $\frac{d\phi_p}{dt} = \phi_p \phi_g \beta \frac{d\sigma_g}{dt} - (1 - \phi_p) \phi_p \beta \frac{d\sigma_p}{dt}$, y para las grietas es como sigue:

(18) $\frac{d\phi_g}{dt} = \phi_p \phi_g \beta \frac{d\sigma_p}{dt} - (1 - \phi_g) \phi_g \beta \frac{d\sigma_g}{dt}$

ECUACIONES DE CONSERVACIÓN Y MOVIMIENTO: CONTINUIDAD ESTADÍSTICA DE LAS PROPIEDADES DEL CAMPO FÍSICO

Para obtener las ecuaciones de conservación y de movimiento es necesario introducir un cierto espacio elemental representativo en términos de volumen (VER o REV), longitud (REL) o de área (AER) (Bear et al., 1968; Long et al., 1982, Molerio, 1985b) para el cual las

propiedades puedan definirse como continuas. En ellos, un ligero incremento o disminución de sus límites no causa una variación apreciable en el valor o magnitud de una propiedad o grupo de ellas. En medios anisotrópicos tal incremento o disminución tampoco debe provocar una sensible alteración en la dirección de tal propiedad o grupo de ellas. Tanto el REL como el REV son términos en los que se permite una cierta vaguedad como recurso numérico para obviar el efecto de escala en la deformación de los resultados aunque se ha intentado definirlo en espacios reales.

Partiendo de que la Ley de Darcy establece que $\bar{v} = -K \text{grad} \bar{h}$, siendo v la velocidad media, K el tensor de conductividad hidráulica y $\text{grad} h$ la diferencia de potenciales, es necesario definir en V las siguientes componentes:

- la velocidad baricéntrica, V^* ;
- la velocidad volumétrica: $v = v^* + \left(\frac{D_d}{\rho}\right) \text{grad} \rho$.

La velocidad de cualquier componente α , v_α . La ecuación local de continuidad se deriva a partir de,

$$(20) \quad \int_U \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} dU \right) = - \int_U \rho v^* dS = - \int_U (\rho v - D_d \text{grad} \rho) dS, \text{ en la que } U \text{ es un dominio finito del espacio y } S \text{ la superficie límite.}$$

Expresando ρ y V_s en cualquier punto de la sección del circuito como una suma de promedios sobre el área ω , siendo V_s la proyección de V en la dirección del eje del circuito, resulta:

$$(21) \quad \rho \langle \rho \rangle + \rho'; \quad v_s = \langle v_s \rangle + v_s, \text{ y, } (22) \quad \langle \rho \rangle = \frac{\int \rho d\omega}{\int d\omega}$$

En el límite de una película de canal y promediando (20) sobre la sección del circuito, la ecuación local de continuidad adopta la forma:

$$(23) \quad \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} = \left\langle \frac{\partial (\rho v_s)}{\partial s} + \frac{\partial (D_d \partial_\rho)}{\partial s} \right\rangle, \text{ o,}$$

$$(24) \quad \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} = \left\langle \frac{\partial (\rho v_s)}{\partial s} \right\rangle; \text{ en la que } ds \text{ es el elemento de longitud a lo largo del eje del canal.}$$

Entonces,

$$(25) \quad l_s = \frac{\langle v \rangle}{\langle v_s \rangle}, \text{ y, } (26) \quad \frac{\partial}{\partial s} () = \frac{\partial}{\partial \xi_i} () \frac{d \xi_i}{d \sigma} \frac{d \sigma}{ds}, \text{ para, } \frac{d \sigma}{ds} = \sec \theta; \text{ siendo } \xi_{i(0)}, \text{ las}$$

coordenadas cartesianas de un punto a lo largo de una línea de corriente y $d\sigma$, un elemento de longitud a lo largo de una línea de corriente en un sistema fijo de coordenadas $x_i = (1,2,3)$ sistema en el cual (23) o (24) pueden plantearse como:

$$(27) \quad \left\langle \frac{\partial v}{\partial t} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left[D_d \sec^2 \theta \cdot T_{ij} \frac{\partial \rho}{\partial \xi_j} - \frac{\partial}{\partial \xi_i} (\rho v_i) \right] \right\rangle = \left\langle \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left[D_d T_{ij}^* \frac{\partial \rho}{\partial \xi_j} \right] - \frac{\partial}{\partial \xi_i} (\rho v_i) \right\rangle, \text{ para}$$

$$(28) \quad T_{ij}^* = T_{ij} \sec^2 \theta \quad \text{y} \quad (29) \quad T_{ij} = \left(\frac{d\xi_i}{d\sigma} \right) \left(\frac{d\xi_j}{d\sigma} \right)$$

Para la ecuación de movimiento se aplica el Teorema del Momento a un volumen elemental de líquido:

$$(30) \quad U_0 = \iint_{\Delta t \omega} d\omega dl, \quad \text{y},$$

$$(31) \quad \frac{d}{dt} \int_{U_0} \rho v^* dU = \sum F, \quad \text{o también,} \quad (32) \quad \int_{U_0} \frac{\partial(\rho v^*)}{\partial t} dU = - \int_{s=f(U_0)} \rho v^* ds + \int_{U_0} IdU$$

en la que $\sum F$ es la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el fluido en U (gravedad, presión, viscosidad); I es la producción de momento en U_0 , de manera que resulta,

$$(33) \quad \sum F = \int_{U_0} IdU = -1z \int_{U_0} \rho g U - \int_{s=f(U_0)} \rho ds + \int_{U_0} R dU, \quad \text{donde } R \text{ representa la fuerza debida a la viscosidad y } 1z \text{ un vector unitario dirigido verticalmente hacia arriba. En régimen lineal, } R \text{ se expresa como:}$$

$$(34) \quad R = - \frac{\mu v^*}{B}, \quad \text{siendo } \mu \text{ la viscosidad dinámica y } B \text{ la conductividad del canal.}$$

Para un canal elemental de longitud Δs , resulta que en el caso $\lim \Delta s \rightarrow 0$,

$$(35) \quad \left\langle v_i^* + \frac{Bl}{\mu} \frac{\partial v_i^*}{\partial t} \right\rangle = \left\langle \frac{BT_{ij}}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial \xi_j} + \rho g \frac{\partial z}{\partial \xi_j} \right) \right\rangle. \quad \text{Y el promedio a se expresa como:}$$

$$(36) \quad \bar{a}(P) = \frac{1}{n \Delta U_0(P) \int_{n \Delta U_0} adU_v}, \quad \text{por lo que con el mismo razonamiento, el valor promedio, estadísticamente continuo de cualquier variable del campo, como por ejemplo, la conductividad hidráulica } K, \text{ puede expresarse como:}$$

$$(37) \quad K(P) = \frac{1}{n \Delta L(P) \int_{n \Delta L} K dL_U}$$

De este modo, **las propiedades microscópicas que pueden promediarse continuamente en volúmenes, longitudes o áreas hasta convertirse en propiedades macroscópicas en función de la variación del limite del dominio sin perder su identidad física, aunque varíe su magnitud, constituyen componentes no aleatorias de caracterización del dominio en las que prevalece la componente de tendencia como indicador del cambio de limite del dominio.** La variación en magnitud con este cambio es una de las consecuencias más importantes del efecto del factor de escala sobre la estructura del campo de propiedades físicas en el caso de los acuíferos cársicos (Molerio, 1984; Wellman et al., 2009).

Las ecuaciones diferenciales parciales que describen el movimiento del fluido en un MDP asumiendo que el acuífero es isotrópico (Huyakorn et al., 1983a), se escriben:

$$(38) \quad \frac{\partial}{\partial x_i} \left(T \frac{\partial h}{\partial x_i} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} - \Gamma - q$$

Para $i=1,2$, en la que h es la carga hidráulica en la grieta; T , es la transmisividad de la grieta; S , el coeficiente de almacenamiento de la formación; Γ , es el término de transferencia del fluido y q es el volumen de fluido que integra o abandona el sistema. Como $T = KH$, siendo H el espesor del acuífero, al tratarse de medios anisotrópicos, K y T son magnitudes tensores simétricos de segundo orden que representan el valor de nueve componentes en el espacio, es decir, que se descomponen en: $K_{xx}, T_{xx}; K_{xy}, T_{xy}; K_{xz}, T_{xz}; K_{yy}, T_{yy}; K_{yx}, T_{yx}; K_{yz}, T_{yz}; K_{zz}, T_{zz}; K_{zx}, T_{zx}; K_{zy}, T_{zy}$. De las cuales pueden anularse tres en virtud de que, $K_{xy} = K_{yx}; K_{zy} = K_{yz}; K_{xz} = K_{zx}$, y lo mismo ocurre con T . Por este motivo, el término

$\left(T \frac{\partial h}{\partial x_i} \right)$ puede escribirse:

$$(40) \quad K_x H \frac{\partial h}{\partial x}; K_y H \frac{\partial h}{\partial y}; K_z H \frac{\partial h}{\partial z} \text{ o, de otro modo, teniendo en cuenta que } K_{ij} = K_{ji}, \text{ entonces}$$

$$\frac{v_x}{J_x} H_x \frac{\partial h}{\partial x}; \frac{v_y}{J_y} H_y \frac{\partial h}{\partial y}; \frac{v_z}{J_z} H_z \frac{\partial h}{\partial z}, \text{ en que los valores de velocidad en (19) representan}$$

realmente,

$$(42) \quad v_1 = K_{11} J_1 + K_{21} J_2 + K_{31} J_3$$

$$v_2 = K_{12} J_1 + K_{22} J_2 + K_{32} J_3$$

$$v_3 = K_{13} J_1 + K_{23} J_2 + K_{33} J_3$$

Para flujo bidimensional,

$$(43) \quad K_{11} = K_x \cos^2 \alpha + K_y \sin^2 \alpha; K_{22} = K_y \sin^2 \alpha + K_x \cos^2 \alpha; K_{21} = K_{12} = -\frac{1}{2} (K_x - K_y) \sin^2 \alpha; \text{ en}$$

los que $J = \text{grad } h$ y α es un ángulo positivo con direcciones preferenciales x , y .

En este primer análisis, el término $-q$ puede despreciarse y suponerse que la conservación se alcanza con el balance en el término Γ . la ecuación de conservación tiene esta forma (Duguid & Lee, 1977):

$$(44) \quad \frac{d}{dt} \int_V \rho_f \phi_f dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f \phi_f) dV + \int_S n \rho_f \phi_f \langle v_f \rangle dS = 0$$

, en la que ρ_f y ϕ_f son la densidad y la porosidad del fluido, por lo que el producto $\rho_f \phi_f$ es la masa de fluido por unidad de volumen del medio poroso; $\langle v_f \rangle$, es la velocidad espacialmente promediada del fluido; n , un vector normal de superficie unitaria; V , el volumen del medio, y S , la superficie límite. La velocidad del fluido respecto al sólido $\langle v_s \rangle$ equivale a (45) $\langle v_{fs} \rangle = \langle v_f \rangle - \langle v_s \rangle$; en la que $\langle v_s \rangle$ es la velocidad del sólido respecto a la fase sólida.

Sustituyendo (45) en (44) y aplicando el teorema de divergencia, los mencionados autores obtuvieron la siguiente ecuación de continuidad:

$$(46) \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) (\rho_f \phi_f) + \nabla \cdot (\rho_f \phi_f \langle v_s \rangle) + \nabla \cdot (\rho_f \phi_f \langle v_{fs} \rangle) = 0 \text{ o,}$$

$$(47) \quad \left(\frac{d}{dt}\right)(\rho_f \phi_f) + \rho_f \phi_f \nabla \cdot \langle v_s \rangle + \nabla \cdot (\rho_f \phi_f \langle v_{fs} \rangle) = 0 \quad \text{donde,} \quad \left(\frac{d}{dt}\right) = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right) + \langle v_s \rangle \cdot \nabla \quad (48)$$

TRANSFERENCIA DE FLUIDO EN LOS DOMINIOS DE FLUJO

La transferencia de fluido de cualquiera de los dominios ocurre cuando decrece la presión en los de mayor diámetro efectivo. En un MC la transferencia es $V_p \rightarrow V_g \rightarrow V_c$, y en un MA se omite V_c . Definiendo tal transferencia como la masa de fluido que llega a las grietas desde los poros por unidad de tiempo por unidad de volumen, y haciendo el fluido homogéneo, es decir, $\rho_p = \rho_g = \rho$. En fluidos cinemáticamente similares, las correspondientes ecuaciones de continuidad son:

- para el fluido en el medio poroso:

$$(49) \quad \left[\frac{\partial(\rho \phi_p)}{\partial t} \right] + \nabla \cdot (\rho \phi_p \langle v_s \rangle) + \nabla \cdot (\rho \phi_p \langle v_{ps} \rangle) + \Gamma = 0$$

- para el fluido en las grietas:

$$(50) \quad \left[\frac{\partial(\rho \phi_g)}{\partial t} \right] + \nabla \cdot (\rho \phi_g \langle v_s \rangle) + \nabla \cdot (\rho \phi_g \langle v_{gs} \rangle) + \Gamma = 0$$

Γ es el término de transferencia y es una función de la carga en cada medio interactuante y una función del tiempo y del espacio. El problema radica en definir un modelo matemático que describa el intercambio. Para satisfacer la dependencia dual del espacio y del tiempo deben resolverse las ecuaciones correspondientes en términos de régimen de flujo (March & Molerio, 1987; Molerio, 2003.); en condiciones de:

- régimen permanente (RP)
- régimen cuasi permanente o pseudopermanente (RSP)
- régimen transitorio o no permanente (RT)

Con pares de espacios en régimen permanente, uno de ellos se anula, (los poros en el sistema grieta-poro) y el medio se convierte en un continuo único, el de las grietas. Esta alternativa resulta muy útil y, bajo determinadas condiciones refleja con elevada precisión, el comportamiento del sistema. Aquí $\Gamma = 0$ y solo $\Gamma \neq 0$ cuando interactúe más de un sistema. En cierto sentido, el término de transferencia puede considerarse equivalente de la función de "leakage" de Hantush, en tanto caracteriza el mecanismo de intercambio de fluido entre dominios de flujo individuales. El trabajo que tiene lugar en el sistema, y que conduce a la formación de estructuras auto reguladas de disipación de energía, se resuelve a partir de la derivación de un conjunto de ecuaciones que describen la función disipativa de los espacios.

La interacción entre las fuerzas y flujos no puede tratarse, en rigor, si no es a partir de la TNE. En esto radica otro problema, ya que la base física de la termodinámica de no equilibrio, las Relaciones Recíprocas de Onsager (ORR) no están rigurosamente descritas para el macromovimiento. En primera aproximación, cada forma del relieve posee un valor de la función de disipación de energía controlada, inicialmente, por la tasa volumétrica de producción de entropía. Del mismo modo, cada espacio que integra el sistema está

caracterizado por un entorno característico de valores para tal función (Fig. 3), que debe ser continua en tiempo y espacio, por cuanto cada nueva forma contiene, mayor entropía que la precedente (Carnahan, 1976; March & Molerio, 1987; Molerio, 1998, 2003). La caracterización del sistema combina las ecuaciones de balance de masas, momento y energía con la ecuación de Gibbs para lograr una formulación adecuada que expresa el balance de entropía. Se supone la simetría del campo tensorial de los coeficientes fenomenológicos involucrados.

Tabla 1. Espacios constitutivos del sistema cársico (según Molerio, 1985)

CATEGORÍAS			DENOMINACIÓN DEL ESPACIO	VOLUMEN CON RELACIÓN AL SISTEMA	LONGITUD CARACTERÍSTICA	RÉGIMEN DE FLUJO	DIÁMETRO				
E S P A C I O	A G R I E T A D O	M A C R O D I S C O N T I N U I D A D E S	1. Cavernas	$V \leq 1\%$	km.	No lineal de alta velocidad	m				
			2. Grietas y discontinuidades en general (macrofracturas):	$1\% \leq V \leq 5\%$	km.	No lineal de alta velocidad	mm - m				
								- Fallas	km.	Lineal	m
								- Diaclasas.	km.	Lineal	mm-cm
								- Planos de estratificación.	km.	Lineal	cm
	- Planos de esquistosidad.	cm	Lineal	mm							
	C A R S I C O	E S P A C I O M I C R O D I S C O N T I N U I D A D E S	3. Poros de la matriz rocosa (microfracturas):	$5\% < V \leq 40\%$	mm	No lineal de baja velocidad (microflujo)	$\leq 0,1$ mm				
								- Exfoliación	mm	0,1 mm	
								- Esquistosidad	mm	10 μ	
								- Clivaje	mm	0,1 μ	
4. Matriz sólida			$V > 40\%$		No lineal de baja velocidad (no flujo)	< 1 mm					

FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE FLUIDO

La difusión bidimensional en medio anisotrópico y régimen no permanente, es:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = K_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

El transporte de soluto: $D\nabla^2 c - Vgradc = \frac{\partial c}{\partial t}$

La longitud de saturación: $L = 0,304 \frac{d^2}{D}$

La función de disipación de energía: $\Phi = J'q \nabla \ln T - J_v(\nabla p + \rho g \nabla z) \sum_{i=1}^{n-1} j_i \nabla \mu_i^c I \cdot E + \sum_m RmAm$

Las ecuaciones fenomenológicas son las siguientes:

- Para el transporte de calor: $J'q = -L_{qq} \nabla \ln TL_{qv} (\nabla p + \rho g \nabla z) - \sum_{i=1}^{n-1} L_{qi} \nabla \mu_i^c + L_{qE} E$
- Para el transporte de la fase líquida:

$$J_i = -L_{iq} \nabla \ln TL_{iv} (\nabla p + \rho g \nabla z) - \sum_{i=1}^{n1} L_{ik} \nabla \mu_i^c L_{iE} E$$

$$J_v = L_{vq} \nabla \ln TL_{vv} (\nabla p + \rho g \nabla z) - \sum_{i=1}^{n-1} L_{vi} \nabla \mu_i^c L_{vE} E$$

- Para la difusión:
- Para las reacciones químicas: $R_S = \sum_{m=1}^r L_{Sm} A_m$

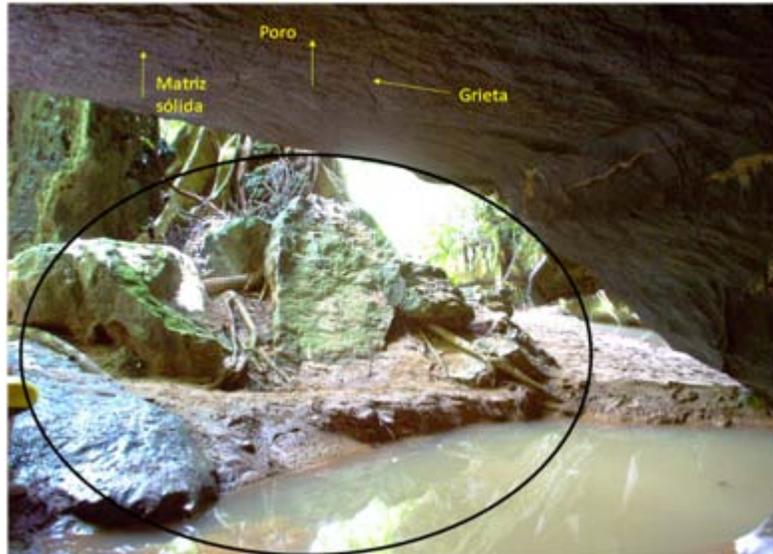


Fig. 3. Espacios caverna-grieta-poro-matriz sólida en un modelo natural

Para las Relaciones Recíprocas de Onsager, de manera genérica $L_{ij} = L_{ji}$. Y para todos los procesos de termo filtración, termo ósmosis, dispersión térmica, termo dispersión, efecto

termoeléctrico directo e inverso, ósmosis química, ultrafiltración, electroósmosis, flujo de corriente, coupling de dispersión, electroforesis y corriente de sedimentación, la función de transferencia de fluido equivale a:

- Para el par poro – grieta: $\Gamma_g = \left(\frac{Ha}{a+b}\right)V_n t_g = \left[\frac{-2HKp}{a(a+b)}\right] \left[\sum_{n=0}^{\infty} \int_0^t \frac{\partial h_g}{\partial t e^{-\alpha_n(t-\tau)} d\tau}\right]$
- Para el par grieta – caverna: $\Gamma_c = \left(\frac{Ha}{a+b}\right)V_n t_c = \left[\frac{-2HKg}{a(a+b)}\right] \left[\sum_{n=0}^{\infty} \int_0^t \frac{\partial h_c}{\partial t e^{-\alpha_n(t-\tau)} d\tau}\right]$

NOTA FINAL

En las primeras etapas de este trabajo el autor recibió la inestimable cooperación de muchos de sus antiguos compañeros en el Instituto Nacional de Recursos Hidráulicos (Cuba) en particular de C. March. Las ideas preliminares fueron presentadas en diferentes eventos científicos en Alemania, Bulgaria y en Cuba, donde las opiniones de otros colegas fueron sumamente importantes. Por ello, debo destacar las opiniones de M. Galabov, Y. Shopov, E. Balado, E. Flores, M. Guerra y M. Acevedo. En cuanto concierne a la forma en que estas ideas han contribuido a sustentar el **Modelo Termodinámico del Desarrollo de Cavernas y Conductos Cársicos** desarrollado por el autor en los últimos 30 años, las opiniones de otras personas han sido sumamente útiles, debiendo destacar especialmente las de L. Kiraly (Suiza), W. Back y A.(Tony) Randazzo (EE.UU).

En lo que concierne a la gestión ambiental en el carso, la sobresimplificación de los procesos hidrodinámicos y su deficiente tratamiento físico-matemático suele conducir a errores en la gestión sustentable de estos territorios. Estos errores van desde el inadecuado ordenamiento territorial hasta la construcción de obras civiles e hidrotecnias, a prácticas erróneas o deficientes del uso del suelo y peor aún, en el abastecimiento de agua con fines domésticos, industriales y agropecuarios.

BIBLIOGRAFIA

- Barenblatt, G.I.; Zheltov, Iv. P. & Kochina, I. N. .1960. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. J. Appl. Math. Mech.,24. 1286-1303.
- Barlow, P.M. & Moench, A.F. .1995. WTAQ- A computer program for calculating drawdowns and estimating hydraulic properties for confined and unconfined aquifers. USEPA, 78pp.
- Bear, J.D.; Zaslavsky, I. & Irmay, S. .1968. Physical principles of water percolation and seepage. UNESCO, Arid Zone Research, XXIX, 465 pp, Paris.
- Bibby, R. .1981. Mingling by displacement in dual porosity media. Geol. Jb. C 29 pp. 217-229
- Borevskii, B.; B. Samsonov & L. Yazvin .1982. Metodica para la determinación de los parámetros de los acuíferos por datos de aforos .en ruso). Nedra, 328 pp, Moscú.
- Boulton, N.S. & Streltsova, T.D. .1977a. Unsteady flow to a pumped well in a fissured water-bearing formation. Jour. Hydrol. 35pp. 257-269.
- Boulton, N.S. & Streltsova, T.D. .1977b. Unsteady flow to a pumped well in a two-layered water-bearing formation. Jour. Hydrol. 35pp. 245-256.

- Carnahan, C.L. .1976. Non-equilibrium thermodynamics of groundwater flow systemspp. symmetry properties of phenomenological coefficients and considerations of hydrodynamic dispersion. *Jour. Hydrol.* .31. 125-150
- Duguid, J. O. & Lee, P.C.Y. .1977. Flow in fractured porous media. *Water Resour. Res.* 13 .3. 558-566
- Herrera, I & B. Chen .1983. Delayed yield. An exact quasi-three dimensional model for free aquifers. *Adv. Water Resourc.* 6, March, pp. 54-48
- Huyakorn, P. S.; Lester, B. H., & Mercer, J. W. .1983a. An efficient finite element technique for modeling transport in fractured porous media. 1. Single species transport. *Water Resourc. Res.* 19 .3. 841-854, June.
- Huyakorn, P. S.; Lester, B. H., & Faust, Ch. R. .1983b. Finite element techniques for modeling groundwater flow in fractured aquifers. *Water Resourc. Res.* 19 .4. 1019-1035, August.
- Illman, Walter A. .2006) Strong field evidence of directional permeability scale effect in fractured rock *Journal of Hydrology* 319 227–236
- Illman, W.A., Neuman, S.P., 2003. Steady-state analyses of crosshole pneumatic injection tests in unsaturated fractured tuff. *J. Hydrol.* 281, 36–54.
- Illman, W.A., Tartakovsky, D.M., 2005. Asymptotic analysis of three-dimensional pressure interference testspp. point source solution. *Water Resour. Res.* 41, W01002. [doi:10.1029/2004WR003431](https://doi.org/10.1029/2004WR003431).
- Jeffrey Yang, Y; Spencer, R.D.; T.M. Gates .1995. Analytical solutions for determination of non-steady state capture zones. *GWMR*, Winterpp. 101-106
- Lee Chen-Chang, Cheng-Haw Lee, Hsin-Fu Yeh, Hung-I Lin .2010) Modeling spatial fracture intensity as a control on flow in fractured rock *Environ Earth Sci.* DOI 10.1007/s12665-010-0794-x
- Long, J. C. S.; J. S. Remer; C. R. Wilson; P. A. Witherspoon .1982. Porous Media Equivalents for Networks of Discontinuous Fractures. *Water Resour. Res.* 18 .3. 645-658
- Maasland, M. .1957. Soil anisotropy and land drainage. In/ J.N. Luthin, ed.pp. *Drainage of Agricultural Lands.* Amer. Soc. Agr. Madison, Wisconsin pp. 216-228.
- March Delgado, C. & L.F. Molerio León .1987. A General Approach to An Algorithm For Groundwater Flow in Karstic Aquifers. Hydro- And Thermodynamical Considerations. *Internatl. Symp. Groundwater Monitoring and Management*, Dresden, GDR, 21pp.
- McKenna SA, Reeves PC .2006. Fractured continuum approach to stochastic permeability modeling. Inpp. *Stochastic modeling and geostatisticspp. principles, methods, and case*

studies, AAPG computer applications in geology, vol 3, 2nd edn. American Association of Petroleum Geologists, Tulsa, Okla, pp 173–186

Moench, A. F. .1984. Double porosity model for a fissured groundwater reservoir with fracture skin. *Water Resour. Res.* 20,.7.831-846

Molerio León, Leslie F..1984. El Efecto del Factor de Escala en la Interpretación del Campo de Propiedades Físicas de los Acuíferos Cársicos. XXVII Internatl. Geol. Congr., Moscú, Vol VII, Secc. 16,:468-469

Molerio León, Leslie F. .1985a. Dominios de flujo y jerarquización del espacio en acuíferos cársicos. Resumen. Simposio XLV Aniv. Soc. Espeleol. de Cuba: 44

Molerio León, L. F. .1985b. El Área Elemental Representativa .AER. para la evaluación de las propiedades físicas del carso. Modelo teórico. Resumen Simposio XLV Aniv. Soc. Espeleol. de Cuba: 45

Molerio León, Leslie F..1998. Mathematical Simulation of Karst Development. Internatl. Symp. Hydrology in the Humid Tropic Environment, Kingston, Jamaica, AIHS,:315-325

Molerio León, L.F. .2003. Modelo del desarrollo de cavernas y conductos cársicos. V Congreso Cubano de Geología y Minería. Memorias Geomin 2003, La Habana, Marzo 24-28 QGCG 09,: 84-91,

Molerio León, L.F. .2007. Thermo dynamical approach to cave development simulation .MTDC. in epigenetic karst. Geophysical Research Abstracts, Vol. 9, 01843, 2007, SRef-ID: 1607-7962/gra/EGU2007-A-01843, European Geosciences Union 2007

Molz FJ, Rajaram H, Lu S .2004. Stochastic fractal-based models of heterogeneity in subsurface hydrology: origins, applications, limitations, and future research questions. *Rev Geophys.* doi: 10.1029/2003RG000126

Narasimhan, T.N. .1982. Multidimensional numerical simulation of fluid flow in fractured porous media . *Water Resour. Res.* 18 .4. 1235-1247

Neuman, S.P., 2005. Trends, prospects and challenges in quantifying flow and transport through fractured rocks. *Hydrogeology Journal* 13 .1., 124–147.

Niemi, Auli, Kimmo Kontio, Auli Kuusela-Lahtinen 2000: Hydraulic characterization and upscaling of fracture networks based on multiple-scale well test data *Water Resources Research*, Vol. 36, No. 12, Pages 3481–3497, December

Odeh, A.S. .1965. Unsteady state behavior of natural fractured reservoirs. *Soc. Petroleum Engineer Jour.*, 5 .1. 60-64

Pan Jian-Bang, Chen-Chang Lee, Cheng-Haw Lee, Hsin-Fu Yeh, Hung-I Lin .2010. Application of fracture network model with crack permeability tensor on flow and transport in fractured rock. *Engineering Geology* 116 166–177

- Reeves, D.M., Benson, D.A., Meerschaert, M.M., 2008. Transport of conservative solutes in simulated fracture networks: 1. Synthetic data generation, *Water Resource Research* 44, W05404.
- Snow DT .1969. Anisotropic permeability of fractured media. *Water Resour Res* 5:1273–1289
- Streltsova-Adams, T.D. .1976a. Comments on "Analysis of pumping tests data from anisotropic unconfined aquifers considering delayed gravity response" by Shlomo P. Neumann. *Water Resour. Res.* 2 .1. : 113-114.
- Streltsova-Adams, T.D. .1976b. Advances and uncertainties in the study of groundwater flow in fissured rocks. *Adv. Groundwater Hydrol. Amer. Water Resour. Ass.* 48-56
- Svensson, U., 2001a. A continuum representation of fracture networks. part I: Method and basic test cases, *Journal of Hydrology* 250, 170–186.
- Svensson, U., 2001b. A continuum representation of fracture networks. part II: Application to the Aspö Hard Rock laboratory, *Journal of Hydrology* 250, 187–205.
- Teutsch G, Sauter M .1991. Groundwater flow and transport processes in karst aquifers—scale effects, data provision and model validation. In: EPA/NWWA international symposium on environmental problems in Karst Terrains, Nashville
- Theis, C.V. .1935. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of the discharge of a well using groundwater storage. *Trans. Amer. Geoph. Union*, .16. 519-524.
- Warren, J. E. & Root, P. J. .1963. Behavior of natural fractured reservoirs. *Soc. Pet. Eng. Jour.* 9,: 245-255.
- Wellman TP, Shapiro AM, Hill MC .2009. Effects of simplifying fracture network representation on inert chemical migration in fracture controlled aquifers. *Water Resour Res* 45:W01416
- Wu,Y.S., Liu,H.H., Bodvarsson, G.S., 2004. A triple-continuum approach for modeling flow and transport processes in fractured rock. *Journal of Containment Hydrology* 73, 145–179.
- Zyvoloski, G.A., Robinson, B.A., Viswanathan, H.S., 2008. Generalized dual porosity: a numerical method for representing spatially variable sub-grid scale processes. *Advances in Water Resources* 31, 535–544.